**CÁC DẠNG BÀI TẬP TRỌNG TÂM**

 **PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN ax2 + bx + c = 0 (a≠0)**

**DẠNG 1: TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC THEO TỔNG VÀ TÍCH HAI NGHIỆM.**

**I/ Phương pháp.**

*- Áp dụng định lý viet, tính tổng và tích hai nghiệm.*

 *- Khai triển biểu thức theo tổng và tích hai nghiệm.*

 *=> Thay giá trị của tổng và tích vào biểu thức => Giá trị của biểu thức.*

**II/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1:** Cho phương trình x2 + x -  = 0 có 2 nghiệm là x1 và x2­  . Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức sau:

 A = ; B = x12 + x22 ; C = ; D = x13 + x23

**Bài 2:** Gọi x1 ; x2 là các nghiệm của phương trình: x2 – 3x – 7 = 0. Tính:

**Bài 3:** Gọi x1 ; x2 là hai nghiệm của phương trình: 5x2 – 3x – 1 = 0. Không giải phương trình, tính giá trị của các biểu thức sau:

**Bài 4:** Cho phương trình x2 + 2x - 3 = 0 có 2 nghiệm là x1 và x2­ . Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức sau:

 A = ; B = x12 + x22 ; C = ; D = x13 + x23

**DẠNG 2: LẬP PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI. TÌM HAI SỐ KHI BIẾT TỔNG VÀ TÍCH.**

**I/ Phương pháp.**

*\* Để lập phương trình bậc hai có hai nghiệm x1 và x2 ta làm như sau:*

*+ Tính S = x1 + x2  và P = x1.x2*

*+ Phương trình bậc hai cần tìm là: x2 - S.x + P = 0*

*\* Nếu hai số u; v có u+ v = S ; u.v = P thì u và v có thể là hai nghiệm của phương trình bậc ha: x2 - S.x + P = 0*

*Tính ∆ = (-S)2 – 4P = S2 – 4P = ?*

*+ Nếu S2 – 4P < 0 thì không tồn tại x1 và x2.*

*+ Nếu S2 – 4P ≥ 0 thì tồn tại hai nghiệm x1 và x2  tính theo công thức nghiệm*

**II/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1:** Gọi x1 ; x2 là các nghiệm của phương trình: x2 – 3x – 7 = 0. Lập phương trình bậc hai có các nghiệm là .

**Bài 2:** Lập phương trình bậc hai có 2 nghiệm là .

**Bài 3:** Cho phương trình x2 – 2(m -1)x – m = 0 (với m ≠ 0). Lập phương trình ẩn y thoả mãn

.

**Bài 4:** Cho phương trình 2x2 – 4x – 10 = 0 có hai nghiệm x1 ; x2. Không giải phương trình hãy thiết lập phương trình ẩn y có hai nghiệm y1 ; y2 thoả mãn: y1 = 2x1 – x2 ; y2 = 2x2 – x1

**Bài 5:** Cho phương trình 2x2 + 4ax – a = 0 (a tham số, a ≠ 0) có hai nghiệm x1 ; x2. Hãy lập phương trình ẩn y có hai nghiệm y1 ; y2 thoả mãn:

**Bài 6:** Tìm hai số u và v biết: u + v = 42 và u.v = 441

**Bài 7:** Tìm hai số u và v biết:

 a) u + v = - 42 và u.v = - 400

 b) u - v = 5 và u.v = 24

 c) u + v = 3 và u.v = - 8

 d) u - v = -5 và u.v = -10

**DẠNG 3: CHỨNG MINH PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI CÓ NGHIỆM, VÔ NGHIỆM.**

**I/ Phương pháp.**

 *- Xác định các hệ số a ; b ; c của phương trình bậc hai (các hệ số này có thể phụ thuộc vào tham số* ***m****)*

*- Tính biệt thức ∆ = b2 – 4ac*

 *+ Để chứng ming PT vô nghiệm, ta chứng minh ∆ < 0*

 *+ Để chứng ming PT có nghiệm, ta chứng minh ∆ ≥ 0*

 *+ Để chứng ming PT có 2 nghiệm phân biệt, ta chứng minh ∆ > 0*

**II/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1:** Chứng minh rằng các phương trình sau luôn có nghiệm.

a) x2 – 2(m - 1)x – 3 – m = 0 ; b) x2 + (m + 1)x + m = 0 ;

c) x2 – (2m – 3)x + m2 – 3m = 0 ; d) x2 + 2(m + 2)x – 4m – 12 = 0 ;

**Bài 2:** Chứng minh rằng các phương trình sau luôn có nghiệm.

a) x2 – (2m + 3)x + m2 + 3m + 2 = 0 ; b) x2 – 2x – (m – 1)(m – 3) = 0 ;

c) x2 – 2mx – m2 – 1 = 0 ; d) (m + 1)x2 – 2(2m – 1)x – 3 + m = 0

**Bài 2:** Cho phương trình x2 - (m2 + 1)x + m = 2 . Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

**Bài 3:** Cho phương trình bậc hai: x2 - 2mx – m2 - 1 = 0. Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

**DẠNG 4: ĐIỀU KIỆN CỦA THAM SỐ ĐỂ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC.**

**I/ Phương pháp.**

➀ Điều kiện phương trình

*vô nghiệm: ∆ < 0 có nghiệm kép: ∆ = 0*

*có hai nghiệm phân biệt ∆ > 0 có nghiệm: ∆ ≥ 0*

 ➁ Phương trình có hai nghiệm trái dấu 

 ➂ Phương trình có hai nghiệm (nếu là hai nghiệm phân biệt thì dùng ∆ > 0).

*cùng dấu  cùng dấu dương  cùng dấu âm *

➃ Phương trình bậc hai có ít nhất 1 nghiệm dương  hoặc 

➄ Phương trình bậc hai có ít nhất 1 nghiệm âm  hoặc 

➅ Phương trình có hai nghiệm thỏa mãn hệ thức f(x1, x2)

B1: Xác định điều kiện của **m** để phương trình có hai nghiệm (hai nghiệm phân biệt) rồi viết biểu thức Viet theo tham số **m**.

B2: Biến đổi hệ thức f(x1, x2) theo tổng và tích hai nghiệm x1 ; x2.

 *➆ Phương trình bậc hai có hai nghiệm x1 ; x2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền cạnh huyền bằng* ***k***

 ****

*➇ Phương trình bậc hai có hai nghiệm x1 ; x2 là các nghiệm nguyên (số nguyên) (Chỉ xét khi x1.x2 = k là một số nguyên đã biết)*

 + Phương trình bậc hai có hai nghiệm x1 ; x2 ⬄  ⬄ m ….

+ Hệ thức vi-ét

 **+** Từ (2) ta có  , để x1, x2 nguyên ⬄ x2 phải ước của số nguyên **k** => Các cặp giá trị x1, x2 tương ứng.

 + Thay cặp giá trị x1, x2 tìm được vào (1) tìm được giá trị **m**

 *➈ Phương trình bậc hai có hai nghiệm x1 ; x2 là độ dài đường cao và cạnh đáy của một tam giác có diện tích bằng* ***k***

 ****

**II/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1:** Cho phương trình: x2 – 2(m + 1)x + 4m = 0

a) Xác định m để phương trình có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.

b) Xác định m để phương trình có một nghiệm bằng 4. Tính nghiệm còn lại.

c) Với điều kiện nào của m thì phương trình có hai nghiệm cùng dấu (trái dấu)

d) Với điều kiện nào của m thì phương trình có hai nghiệm cùng dương (cùng âm).

e) Định m để phương trình có hai nghiệm sao cho nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.

f) Định m để phương trình có hai nghiệm x1 ; x2 thoả mãn 2x1 – x2 = - 2.

g) Định m để phương trình có hai nghiệm x1 ; x2 sao cho A = 2x12 + 2x22 – x1x2 nhận giá trị nhỏ nhất.

**Bài 2:** Định m để phương trình có nghiệm thoả mãn hệ thức đã chỉ ra:

a) (m + 1)x2 – 2(m + 1)x + m – 3 = 0 ; (4x1 + 1)(4x2 + 1) = 18

b) mx2 – (m – 4)x + 2m = 0 ; 2(x12 + x22) = 5x1x2

c) (m – 1)x2 – 2mx + m + 1 = 0 ; 4(x12 + x22) = 5x12x22

d) x2 – (2m + 1)x + m2 + 2 = 0 ; 3x1x2 – 5(x1 + x2) + 7 = 0.

**Bài 3:** Định m để phương trình có nghiệm thoả mãn hệ thức đã chỉ ra:

a) x2 + 2mx – 3m – 2 = 0 ; 2x1 – 3x2 = 1

b) x2 – 4mx + 4m2 – m = 0 ; x1 = 3x2

c) mx2 + 2mx + m – 4 = 0 ; 2x1 + x2 + 1 = 0

d) x2 – (3m – 1)x + 2m2 – m = 0 ; x1 = x22

e) x2 + (2m – 8)x + 8m3 = 0 ; x1 = x22

f) x2 – 4x + m2 + 3m = 0 ; x12 + x2 = 6.

**Bài 4:** Cho phươnmg trình: (m + 2)x2 – (2m – 1)x – 3 + m = 0. Tìm điều kiện của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x1 ; x2 sao cho nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.

**Bài 5:** Cho phương trình bậc hai: x2 – mx + m – 1 = 0. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x1 ; x2 sao cho biểu thức đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

**Bài 6:** Định m để phương trình mx2 – (m + 3)x + 2m + 1 = 0 có hiệu hai nghiệm bằng 2.

**Bài 7:** Gọi x1 ; x2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình: x2 + mx + 25 = 0. Chứng minh rằng |x1 + x2| > 10.

**Bài 8:** Cho phương trình: x2 + mx - 5 = 0. Tìm giá trị của **m** để phương trình có tổng bình phương các nghiệm bằng 11.

**Bài 9:** Tìm **m** để phương trình: (m - 1)x2 + 2x + m = 0 có ít nhất một nghiệm không âm.

**Bài 10:** Cho phương trình: x2 – (m + 2)x – 3 = 0. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x1 , x2 là các số nguyên.

**Bài 11:** Cho phương trình: x2 - (m + 5)x + 3m + 6 = 0. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x1, x2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5

**DẠNG 5: SO SÁNH NGHIỆM CỦA PT BẬC HAI VỚI MỘT SỐ 𝛂**

**I/ Phương pháp.**

- Phương trình có hai nghiệm x1 < x2 < α 

- Phương trình có hai nghiệm α < x1 < x2 

- Phương trình có hai nghiệm x1 < α < x2 

Viết các điều kiện trên theo yêu cầu của mỗi bài toán, thay định lý Vi-et vào điều kiện.

**II/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1:** Tìm **m** để phương trình: 2x2 – 4x + 5(m-1) = 0 có hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn 3.

**Bài 2:** Tìm **m** để phương trình: x2 + mx + m - 1 = 0 có hai nghiệm lớn hơn **m**.

**Bài 3:** Tìm **a** để phương trình x2 + ax – 1 = 0 có ít nhất một nghiệm lớn hơn 2

Hướng dẫn

 TH1: Phương trình có hai nghiệm x1 ; x2 thỏa mãn x1  2 < x2 

 TH2: Phương trình có hai nghiệm x1 ; x2 thỏa mãn 2 < x1 ≤ x2 

**Bài 4:** Tìm **k** để phương trình x2 + (2k + 1)x + k2 = 0 có ít nhất một nghiệm lớn hơn hay bằng 1

**DẠNG 6: TÌM HỆ THỨC LIÊN HỆ GIỮA HAI NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI KHÔNG PHỤ THUỘC THAM SỐ.**

**I/ Phương pháp.**

- Viết hệ thức Vi - ét của phương trình.

 - Biến đổi qua lại giữa tổng và tích trong hệ thức Vi - ét sao cho tham số **m** bị triệt tiêu, từ đó thu được hệ thức độc lập giữa hai nghiệm.

**II/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1:** Cho phương trình: x2 – mx + 2m – 3 = 0.

Gọi x1 ; x2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào tham số m.

**Bài 2:** Cho phương trình bậc hai: (m – 2)x2 – 2(m + 2)x + 2(m – 1) = 0.

Khi phương trình có nghiệm, hãy tìm một hệ thức giữa các nghiệm không phụ thuộc vào tham số m.

**Bài 3:** Cho phương trình: 8x2 – 4(m – 2)x + m(m – 4) = 0.

Định m để phương trình có hai nghiệm x1 ; x2. Tìm hệ thức giữa hai nghiệm độc lập với m, suy ra vị trí của các nghiệm đối với hai số – 1 và 1.

**Bài 2:** Cho phương trình bậc hai: (m – 1)2x2 – (m – 1)(m + 2)x + m = 0.

Khi phương trình có nghiệm, hãy tìm một hệ thức giữa các nghiệm không phụ thuộc vào tham số m.

**Bài 3:** Cho phương trình: x2 – 2mx – m2 – 1 = 0.

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm x1 , x2 với mọi m.

b) Tìm biểu thức liên hệ giữa x1 ; x2 không phụ thuộc vào m.

c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x1 ; x2 thoả mãn: .

**Bài 4:** Cho phương trình: (m – 1)x2 – 2(m + 1)x + m = 0.

- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x1 ; x2:

- Tìm một hệ thức giữa x1 ; x2 độc lập với m.

- Tìm m sao cho |x1 – x2| ≥ 2.

**Bài 5:** Cho phương trình (m – 4)x2 – 2(m – 2)x + m – 1 = 0. Chứng minh rằng nếu phương trình có hai nghiệm x1 ; x2 thì: 4x1x2 – 3(x1 + x2) + 2 = 0.

**DẠNG 7: TÌM THAM SỐ m ĐỂ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI CÓ NGHIỆM CHUNG.**

**I/ Phương pháp.**

Xét hai phương trình bậc hai sau:

 a1x2 + b1x + c1 = 0 có biệt thức ∆1 = 

 a2x2 + b2x + c2 = 0 có biệt thức ∆2  = 

 B1: Giải điều kiện  tìm **m** để hai phương trình cùng có nghiệm.

 B2: Gọi xo là nghiệm chung của hai phương trình, giải hệ: 

 Dùng phương pháp cộng đại số để triệt tiêu , rồi tìm điều kiện để tồn tại xo

* Nghiệm chung xo (có thể theo **m** hoặc không phụ thuộc vòa **m**) .

Thay xo vào một trong hai phương trình, giải tim **m** thỏa mãn điều kiện.

**II/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1**: Tìm m để hai phương trình sau có nghiệm chung:

x2 − 2mx − 4m + 1 = 0 (1)

x2 + (3m + 1)x + 2m + 1 = 0 (2)

**Hướng dẫn**

Điều kiện để cả hai pt có nghiệm: 

Giả sử xo là nghiệm chung của 2 phương trình đã cho, ta có: 



Vì hai phương trình có nghiệm chung nên tồn tại xo ∈ R ⬄  

Thế vào một trong hai pt của hệ trên, ta được: 

Giải phương trình trên ta thấy chỉ có: m = 1 là thỏa mãn điều kiện.

Vậy khi m = 1 thì 2 pt đã cho có nghiệm chung.

**Bài 2:** Tìm m để hai phương trình sau có nghiệm chung:

2x2 – (3m + 2)x + 12 = 0

4x2 – (9m – 2)x + 36 = 0

**Bài 3:** Với giá trị nào của m thì hai phương trình sau có nghiệm chung. Tìm nghiệm chung đó:

a) 2x2 + (3m + 1)x – 9 = 0; 6x2 + (7m – 1)x – 19 = 0.

b) 2x2 + mx – 1 = 0; mx2 – x + 2 = 0.

c) x2 – mx + 2m + 1 = 0; mx2 – (2m + 1)x – 1 = 0.

**Bài 4:** Cho hai phương trình:

x2 + x + a = 0

x2 + ax + 1 = 0

Tìm các giá trị của a để cho hai phương trình trên có ít nhất một nghiệm chung.

**Bài 5:** Cho hai phương trình:

x2 + mx + 2 = 0 (1)

x2 + 2x + m = 0 (2)

Định m để hai phương trình có ít nhất một nghiệm chung.

**DẠNG 8: TÌM THAM SỐ m ĐỂ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI TƯƠNG ĐƯƠNG.**

**I/ Phương pháp.**

Hai phương trình tương đương ⬄ Chúng có cùng tập nghiệm (cùng vô nghiệm).

Xét hai phương trình bậc hai sau:

 a1x2 + b1x + c1 = 0 có biệt thức ∆1 =  ; Tổng S1 ; Tích P1

 a2x2 + b2x + c2 = 0 có biệt thức ∆2  = ; Tổng S2 ; Tích P2

Xảy ra hai trường hợp để Hai phương trình tương đương:

- TH1: Trường hợp cả hai phương trinhg cùng vô nghiệm, tức là:

- TH2: Trường hợp cả hai phương trình đều có nghiệm, tương đương ⬄

**II/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1:** Cho hai phương trình:

x2 + x + a = 0

x2 + ax + 1 = 0

Với những giá trị nào của a thì hai phương trình trên tương đương.

**Bài 2:** Cho hai phương trình:

x2 + mx + 2 = 0 (1)

x2 + 2x + m = 0 (2)

Định m để hai phương trình tương đương.

**DẠNG 9: CHỨNG MINH MỘT TRONG HAI PT BẬC HAI CÓ NGHIỆM.**

**I/ Phương pháp.**

Xét hai phương trình bậc hai sau:

 a1x2 + b1x + c1 = 0 có biệt thức ∆1 =  hoặc 

a2x2 + b2x + c2 = 0 có biệt thức ∆2  =  hoặc 

 Một trong hai phương trình bậc hao có nghiệm

 ⬄ ∆1 + ∆2  ≥ 0 hoặc + ∆2  ≥ 0 hoặc ∆1 +  ≥ 0 hoặc  +  ≥ 0

 Tùy từng bài mà ta dùng một trong bốn hệ thức trên cho đơn giản và phù hợp.

**II/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1**: **Cho a, b, c > 0; a + 2b + 3c = 1. Chứng minh một trong 2 phương trình sau có nghiệm:**

**4x2 - 4(2a + 1)x + 4a2 + 192abc + 1 = 0 (1)**

**4x2 - 4(2b + 1)x + 4b2 + 96abc + 1 = 0** (2)

**Bài 2:** Chứng minh rằng ít nhất một trong các phương trình bậc hai sau đây có nghiệm:

ax2 + 2bx + c = 0 (1)

bx2 + 2cx + a = 0 (2)

**Bài 3:** Cho các phương trình:

 x2 + bx + c = 0 (1)

 x2 + cx + b = 0 (2)

 Trong đó . Chứng minh có ít nhất một trong hai phương trình trên có nghiệm.